

Lösen von Anwendungsaufgaben Schritt für Schritt

Der Satz des Pythagoras hat eine Vielzahl von **Anwendungen**: mit Hilfe des Satzes lassen sich zum Beispiel die Bildschirmdiagonale eines Fernsehers, die **Höhe einer Leiter**, Entfernungen in Luftlinie und vieles mehr berechnen. In diesen Anwendungen ist immer rechtwinkliges **Dreieck** im Spiel, doch dies ist nicht immer so offensichtlich. Deshalb ist es wichtig, dass du beim Lösen solcher Aufgaben Schritt für Schritt vorgehst.

1. Skizze zum Sachverhalt.

Du versuchst, ein rechtwinkliges Dreieck zu finden, das zur Situation passt. Dabei ist es wichtig, dass zwei Seitenlängen bekannt sind.

2. Pythagoras-Formel aufstellen

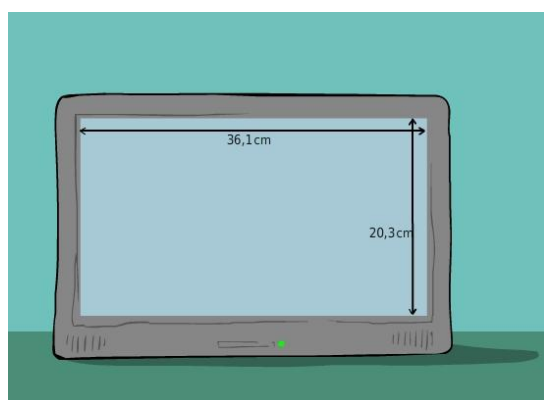
Du stellst die Gleichung $a^2 + b^2 = c^2$ auf, und setzt die bekannten Längen ein.

3. Gleichung lösen

Diese Gleichung löst du.

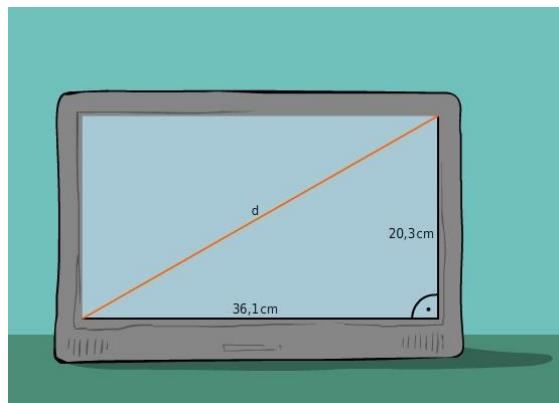
Bei manchen Aufgaben musst du anschließend noch weiter rechnen.

üblicherweise gibt man bei einem Bildschirm die **Länge** der Diagonalen in Zoll ($1'' = 2.54 \text{ cm}$) an. Berechne dieses Maß für das abgebildete **Modell**. Gib die Länge der Diagonalen (in Zoll) auf halbe Zoll genau an.



Diagonale berechnen

Um die Länge d der Diagonalen zu berechnen, betrachtest du das rechtwinklige Dreieck.



Die Diagonale d des Bildschirms ist die **Hypotenuse** des rechtwinkligen Dreiecks, die **Breite** und die **Höhe** des Bildschirms sind die beiden **Katheten**. Gegeben sind die Längen der beiden Katheten (Breite 36.1 cm und Höhe 20.3 cm des Bildschirms), gesucht ist die Länge der Hypotenuse (Länge der Bildschirmdiagonalen d). Die Diagonale in Zentimetern berechnest du mit Hilfe des Satzes des Pythagoras:

$$\begin{aligned}d^2 &= 36,1^2 + 20,3^2 \\ &= 1715,3\end{aligned}$$

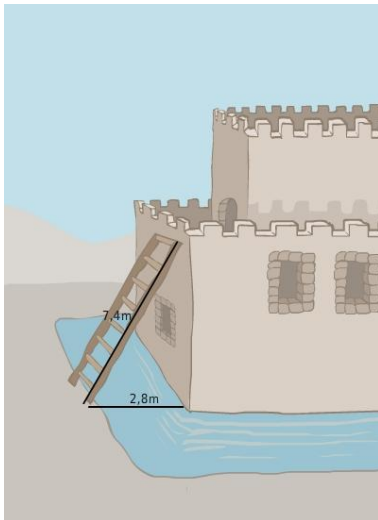
Du ziehst die **Wurzel**:

$$d \approx 41.4$$

Du rechnest in Zoll um und rundest: $41.4 / 2.54 \approx 16.299 \dots$

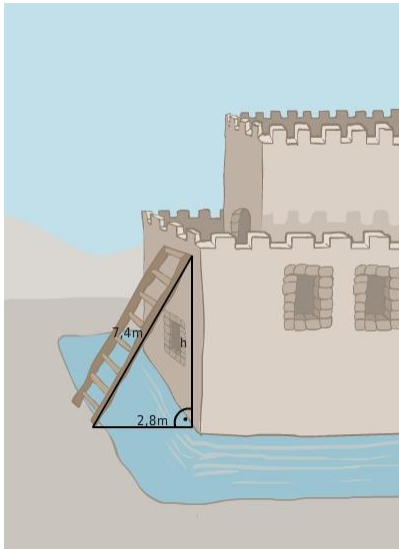
Also: $d \approx 16.3$ Die Diagonale ist 29 Zoll lang.

Wie hoch reicht die Leiter?



Höhe berechnen

Um die Höhe h der Leiter zu berechnen, betrachtest du das rechtwinklige Dreieck.

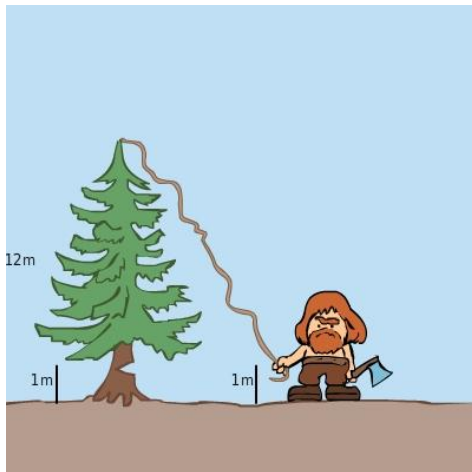


Die Leiter ist die Hypotenuse des rechtwinkligen Dreiecks, die Breite des Wassergrabens und die Höhe der Leiter sind die beiden Katheten. Gegeben sind die Länge der Hypotenuse (Länge der Leiter 7.4 m) und die Länge einer Kathete (Breite des Wassergrabens 2.8 m). Gesucht ist die Länge h der anderen Kathete

$$\begin{aligned} 7,4^2 &= 2,8^2 + h^2 \\ 54,76 &= 7,84 + h^2 && | -7,84 \\ h^2 &= 54,76 - 7,84 \\ h^2 &= 46,92 && | \sqrt{\quad} \\ h &= \sqrt{46,92} \\ &\approx 6,85 \end{aligned}$$

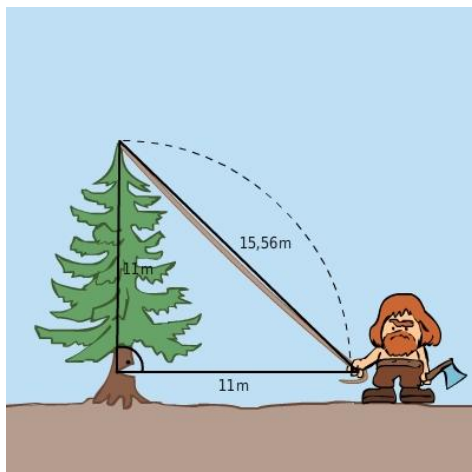
(Leiterhöhe in m). Nach dem Satz des Pythagoras gilt:
Die Höhe beträgt 6.85 m .

Um den Baum zu fällen, befestigt der Holzfäller ein Seil an der Spitze des Baumes und zieht daran. Wie lang muss das Seil mindestens sein, damit der Holzfäller den Baum nicht auf den Kopf bekommt?



Länge berechnen

Um einen Unfall zu vermeiden, muss der Holzfäller außer Reichweite des kippenden Baumes stehen. Diese ist gleich der Höhe des Baumes von der Kerbe bis zur Spitze: $12\text{ m} - 1\text{ m} = 11\text{ m}$ Um zu überprüfen, ob der Holzfäller in sicherem **Abstand** d zum fallenden Baum steht, betrachtest du das rechtwinklige Dreieck.



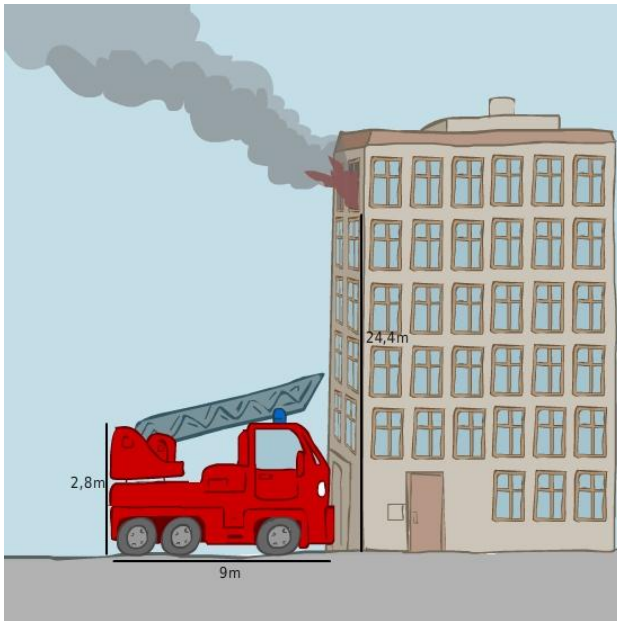
Das gespannte Seil ist die Hypotenuse, der Baum (ohne Stumpf) ist eine Kathete und die Entfernung zwischen dem Baum und dem Holzfäller ist die andere Kathete. Gegeben sind die Längen der Katheten (beide gleich 11 m). Gesucht ist die Länge x der Hypotenuse (Seillänge in m).

$$\begin{aligned}
 x^2 &= 11^2 + 11^2 \\
 &= 2 \cdot 11^2 \quad | \sqrt{} \\
 x &= \sqrt{2 \cdot 11^2} \\
 &= \sqrt{2} \cdot 11 \\
 &\approx 15,56
 \end{aligned}$$

Du stellst die **Gleichung** für den Satz des Pythagoras auf und löst diese nach x auf:

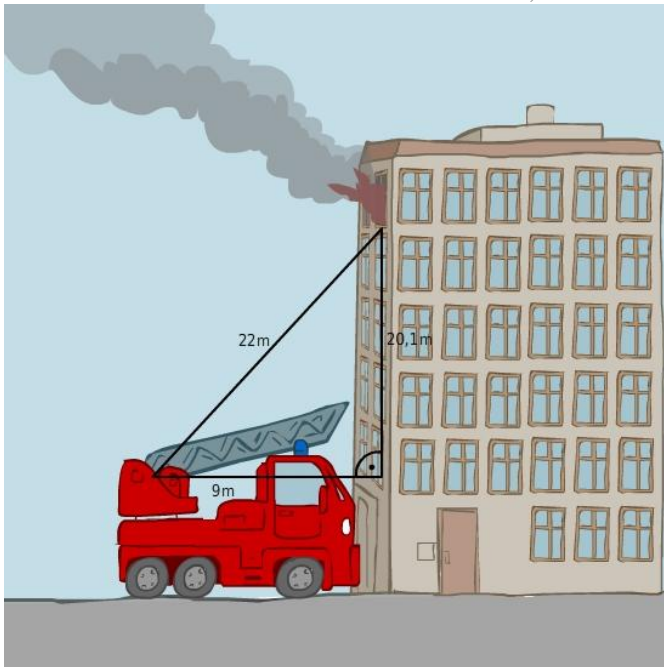
Das Seil muss mindestens $15,56\text{ m}$ lang sein.

Die Leiter des Feuerwehrfahrzeugs kann bis zu einer Länge von 22 m ausgefahren werden. Reicht die Leiter bis zum Fenster?



Höhe berechnen!

Um die Gesamthöhe h der Leiter zu berechnen, betrachtest du das rechtwinklige Dreieck.



Die Leiter ist die Hypotenuse, das Fahrzeug bildet die eine Kathete und die **Strecke** an der Hauswand, soweit die Leiter vom Fahrzeug aus reicht, die andere Kathete. Gegeben sind die Länge der Hypotenuse (Leiterlänge 22 m) und die Länge der einen Kathete (Fahrzeuglänge 9 m). Gesucht ist die Länge a der anderen Kathete (Reichweite in m). Die Gesamthöhe der Leiter berechnest du zum Schluss, indem du zu a

$$\begin{aligned}
 a^2 &= 484 - 81 \\
 &= 403 \quad | \sqrt{} \\
 a &= \sqrt{403} \\
 &\approx 20,1
 \end{aligned}$$

die Fahrzeughöhe 2.8 m addierst. Nach dem Satz des Pythagoras gilt:

Die Leiter reicht also maximal $20.1 + 2.8 \text{ m} = 22.9 \text{ m}$ hoch und erreicht daher das Fenster nicht.
Die Leiter reicht maximal 22.9 m hoch und reicht daher nicht bis zum Fenster.