

## Aufgabensammlung Bruchgleichungen

### Schwierigkeitsstufe 1

Die Variable kommt im Zähler oder Nenner in einem Produkt vor.

#### Aufgabe 1

$$\text{a.) } \frac{7}{3a} = \frac{5}{6a} - \frac{1}{4} \quad \text{b.) } \frac{5}{6b} - \frac{7}{15b} = \frac{1}{9}$$

$$\text{c.) } \frac{11}{4c} + \frac{11}{12c} = \frac{11}{9} \quad \text{Lösungen}$$

### Schwierigkeitsstufe 2

Die Variable kommt im Zähler oder Nenner in einer Summe/Differenz vor.

#### Aufgabe 2

$$\text{a.) } \frac{4}{a+5} = \frac{1}{3} \quad \text{b.) } \frac{3}{b-2} = \frac{12}{b+7}$$

$$\text{c.) } \frac{2c+4}{3c-5} = \frac{5}{2} \quad \text{d.) } \frac{2d}{d+1} + \frac{3}{2d} = 2 - \frac{1}{d} \quad \text{Lösungen}$$

### Schwierigkeitsstufe 3

Die Variable kommt im Zähler oder Nenner in einer Summe/Differenz vor und man kann einen gemeinsamen Faktor ausklammern

#### Aufgabe 3

$$\text{a.) } \frac{4}{a+1} = \frac{7}{4a+4} + \frac{3}{2a-2} \quad \text{b.) } \frac{20b+2}{6b+6} - 1 = \frac{6b-4}{2b+2}$$

$$\text{c.) } \frac{11c-2}{2c+2} - \frac{3c-1}{c+3} = \frac{5c+15}{2c+6} \quad \text{Lösungen}$$

## Schwierigkeitsstufe 4

Die Variable kommt im Zähler oder Nenner in einer Summe/Differenz vor und man kann einen gemeinsamen Faktor ausklammern oder man muss die binomischen Formeln anwenden .

### Aufgabe 4

$$\text{a.) } \frac{1}{x-2} = \frac{9}{x^2-4}$$

$$\text{b.) } \frac{2}{x-3} + \frac{2}{x+3} = \frac{24}{x^2-9}$$

$$\text{c.) } \frac{6}{4x^2+12x+9} + \frac{4x}{2x+3} = 2$$

[Lösungen](#)

## Lösungen Aufgabensammlung Bruchgleichungen

Lösungen - Schwierigkeitsstufe 1 – Aufgabe 1

$$\text{a.) } \frac{7}{3a} = \frac{5}{6a} - \frac{1}{4} \quad | \cdot 12a \quad D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$$

$$\frac{7 \cdot 12a}{3a} = \frac{5 \cdot 12a}{6a} - \frac{1 \cdot 12a}{4} \quad | T$$

$$28 = 10 - 3a \quad | - 10$$

$$18 = -3a \quad | : -3$$

$$-6 = a \quad L = \{-6\}$$

$$\text{b.) } \frac{5}{6b} - \frac{7}{15b} = \frac{1}{9} \quad | \cdot 90b \quad D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$$

$$\frac{5 \cdot 90b}{6b} - \frac{7 \cdot 90b}{15b} = \frac{1 \cdot 90b}{9} \quad | T$$

$$75 - 42 = 10b \quad | T$$

$$33 = 10b \quad | : 10$$

$$3,3 = b \quad L = \{3,3\}$$

$$\text{c.) } \frac{11}{4c} + \frac{11}{12c} = \frac{11}{9} \quad | \cdot 36c \quad D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$$

$$\frac{11 \cdot 36c}{4c} + \frac{11 \cdot 36c}{12c} = \frac{11 \cdot 36c}{9} \quad | T$$

$$99 + 33 = 44c \quad | T$$

$$132 = 44c \quad | : 44$$

$$3 = c \quad L = \{3\}$$

[Zurück zu den Aufgaben](#)

Lösungen - Schwierigkeitsstufe 2 – Aufgabe 2

$$\begin{aligned}
 \text{a.) } \frac{4}{a+5} &= \frac{1}{3} && | \cdot 3(a+5) && D = \mathbb{Q} \setminus \{-5\} \\
 \frac{4 \cdot 3(a+5)}{a+5} &= \frac{1 \cdot 3(a+5)}{3} && | T \\
 12 &= a+5 && | -5 \\
 7 &= a && && L = \{7\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b.) } \frac{2b+4}{3b-5} &= \frac{5}{2} && | \cdot 2(3b-5) && D = \mathbb{Q} \setminus \left\{\frac{5}{3}\right\} \\
 \frac{(2b+4) \cdot 2(3b-5)}{3b-5} &= \frac{5 \cdot 2(3b-5)}{2} && | T \\
 4b + 8 &= 15b - 25 && | +25 - 4b \\
 33 &= 11b && | : 11 \\
 3 &= b && && L = \{3\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c.) } \frac{3}{c-2} &= \frac{12}{c+7} && | \cdot (c-2)(c+7) && D = \mathbb{Q} \setminus \{2; -7\} \\
 \frac{3 \cdot (c-2)(c+7)}{c-2} &= \frac{12 \cdot (c-2)(c+7)}{c+7} && | T \\
 3c + 21 &= 12c - 24 && | -3c + 24 \\
 45 &= 9c \\
 5 &= c && && L = \{5\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{d.) } \frac{2d}{d+1} + \frac{3}{2d} &= 2 - \frac{1}{d} && | \cdot 2d(d+1) && D = \mathbb{Q} \setminus \{-1; 0\} \\
 \frac{2d \cdot 2d(d+1)}{d+1} + \frac{3 \cdot 2d(d+1)}{2d} &= 2 \cdot 2d(d+1) - \frac{1 \cdot 2d(d+1)}{d} && | T \\
 4d^2 + 3d + 3 &= 4d^2 + 4d - 2d - 2 && | T \\
 4d^2 + 3d + 3 &= 4d^2 + 2d - 2 && | -4d^2 - 2d - 3 \\
 d &= -5 && && L = \{-5\}
 \end{aligned}$$

[Zurück zu den Aufgaben](#)

Lösungen - Schwierigkeitsstufe 3 – Aufgabe 3

a.)  $D = \mathbb{Q} \setminus \{-1; 1\}$      $L = \{5\}$

$$\frac{4}{a+1} = \frac{7}{4a+4} + \frac{3}{2a-2} \quad | \cdot T$$

$$\frac{4}{a+1} = \frac{7}{4(a+1)} + \frac{3}{2(a-1)} \quad | \cdot 4(a+1)(a-1)$$

$$\frac{4 \cdot 4(a+1)(a-1)}{a+1} = \frac{7 \cdot 4(a+1)(a-1)}{4(a+1)} + \frac{3 \cdot 4(a+1)(a-1)}{2(a-1)} \quad | \cdot T$$

$$16a - 16 = 7a - 7 + 6a + 6 \quad | \cdot T$$

$$16a - 16 = 13a - 1 \quad | - 13a + 16$$

$$3a = 15 \quad | :3$$

$$a = 5$$

b.)  $D = \mathbb{Q} \setminus \{-1\}$      $L = \{2\}$

$$\frac{20b+2}{6b+6} - 1 = \frac{6b-4}{2b+2} \quad | \cdot T$$

$$\frac{20b+2}{6(b+1)} - 1 = \frac{6b-4}{2(b+1)} \quad | \cdot 6(b+1)$$

$$\frac{(20b+2) \cdot 6(b+1)}{6(b+1)} - 1 \cdot 6(b+1) = \frac{(6b-4) \cdot 6(b+1)}{2(b+1)} \quad | \cdot T$$

$$20b + 2 - 6b - 6 = 18b - 12 \quad | \cdot T$$

$$14b - 4 = 18b - 12 \quad | - 14b + 12$$

$$8 = 4b \quad | :4$$

$$2 = b$$

c.)  $D = \mathbb{Q} \setminus \{-1; -3\}$      $L = \{2\frac{5}{7}\}$

$$\frac{11c-2}{2c+2} - \frac{3c-1}{c+3} = \frac{5c+15}{2c+6} \quad | \cdot T$$

$$\frac{11c-2}{2(c+1)} - \frac{3c-1}{c+3} = \frac{5c+15}{2(c+3)} \quad | \cdot 2(c+1)(c+3)$$

$$\frac{2(c+1)(c+3)(11c-2)}{2(c+1)} - \frac{2(c+1)(c+3)(3c-1)}{c+3} = \frac{2(c+1)(c+3)(5c+15)}{2(c+3)} \quad | \cdot T$$

$$11c^2 + 31c - 6 - 6c^2 - 4c + 2 = 5c^2 + 20c + 15 \quad | \cdot T$$

$$5c^2 + 27c - 4 = 5c^2 + 20c + 15 \quad | - 5c^2 - 20c + 4$$

$$7c = 19 \quad | :7$$

$$c = 2\frac{5}{7}$$

[Zurück zu den Aufgaben](#)

Lösungen - Schwierigkeitsstufe 4 – Aufgabe 4

$$\begin{aligned}
 \text{a.) } \quad \frac{1}{x-2} &= \frac{9}{x^2-4} && | \text{T} && \mathbf{D = \mathbb{Q} \setminus \{-2; 2\}} \\
 \frac{1}{x-2} &= \frac{9}{(x-2)(x+2)} && | \bullet (x-2)(x+2) \\
 \frac{1 \cdot \cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{x-2}} &= \frac{9 \cdot \cancel{(x-2)}(x+2)}{(x-2)(x+2)} && | \text{T} \\
 x+2 &= 9 && | -2 \\
 x &= 7 && && \mathbf{L = \{7\}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b.) } \quad \frac{2}{x-3} + \frac{2}{x+3} &= \frac{24}{x^2-9} && | \text{T} && \mathbf{D = \mathbb{Q} \setminus \{-3; 3\}} \\
 \frac{2}{x-3} + \frac{2}{x+3} &= \frac{24}{(x+3)(x-3)} && | \bullet (x+3)(x-3) \\
 \frac{2 \cdot \cancel{(x+3)}(x-3)}{x-3} + \frac{2 \cdot \cancel{(x+3)}(x-3)}{x+3} &= \frac{24 \cdot \cancel{(x+3)}(x-3)}{(x+3)(x-3)} && | \text{T} \\
 2x+6 + 2x-6 &= 24 && | \text{T} \\
 4x &= 24 && | :4 \\
 x &= 6 && && \mathbf{L = \{7\}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c.) } \quad \frac{6}{4x^2+12x+9} + \frac{4x}{2x+3} &= 2 && \mathbf{D = \mathbb{Q} \setminus \{-1,5\}} \\
 \frac{6}{(2x+3)(2x+3)} + \frac{4x}{2x+3} &= 2 && | \bullet (2x+3)(2x+3) \\
 \frac{6 \cdot \cancel{(2x+3)}(2x+3)}{(2x+3)(2x+3)} + \frac{4x \cdot \cancel{(2x+3)}(2x+3)}{2x+3} &= 2 \cdot \cancel{(2x+3)}(2x+3) && | \text{T} \\
 6 + 8x^2 + 12x &= 8x^2 + 24x + 18 && | - 8x^2 - 12x - 18 \\
 -12 &= 12x \\
 -1 &= x && \mathbf{L = \{-1\}}
 \end{aligned}$$

[Zurück zu den Aufgaben](#)